PART3　共線条件

3　平行四辺形 ABCD において，辺 CD を $1:2$ に内分する点を E，対角線 BD を $3:2$ に内分する点を F とする。このとき，3 点 A，F，E は一直線上にあることを証明せよ。

Point Pickup

3 点 A，B，P が一直線上にある

$\iff$　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を満たす実数 k が存在する

第 9 講　PART3　確認問題

1　平行四辺形 ABCD において，辺 BC を 4：1 に外分する点を E，対角線 BD を 4：3 に内分する点を F とする。このとき，3 点 A，F，E は 一直線上にあることを証明せよ。

（証明）

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ とする。

BF：FD ＝ 4：3 より

$$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{b}+\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\vec{d}$$

BC：BE ＝ $\boxed{\text{オ}}$：4 より

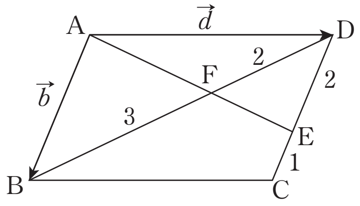
$$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{b}+\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\vec{d}$$

よって，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ より，3 点 A，F，E は一直線上にある。

PART3　共線条件

3　平行四辺形 ABCD において，辺 CD を 1：2 に内分する点を E，対角線 BD を 3：2 に内分する点を F とする。このとき，3 点 A，F，E は一直線上にあることを証明せよ。

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ とする。



BF：FD=3：2 より

$$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\frac{2\overrightarrow{\mathrm{AB}}+3\overrightarrow{\mathrm{AD}}}{3+2}=\frac{2\vec{b}+3\vec{d}}{5}=\frac{1}{5}(2\vec{b}+3\vec{d})$$

CE：ED=1：2 より

$$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{DE}}=\vec{d}+\frac{2}{3}\vec{b}=\frac{1}{3}(2\vec{b}+3\vec{d})$$

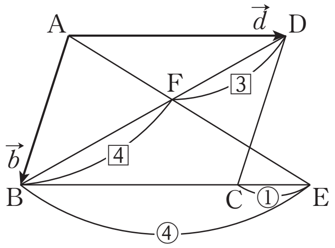
よって，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ より，3 点 A，F，E は一直線上にある。

第 9 講　PART3　確認問題 解答

1 **[正解]** ア：3，イ：7，ウ：4，エ：7，オ：3，
カ：4，キ：3，ク：3，ケ：7

[解説]

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とする。



BF：FD＝4：3 より

$$\overrightarrow{AF}=\frac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AD}}{4+3}=\frac{1}{7}(3\vec{b}+4\vec{d})$$

$$=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}}\vec{b}+\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{7}}\vec{d}$$

BC：BE＝**3**：4 より

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\vec{b}+\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}\vec{d}=\frac{1}{3}(3\vec{b}+4\vec{d})$$

よって，$\overrightarrow{AF}=\dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}}\overrightarrow{AE}$ より，3 点 A，F，E は 一直線上にある。 [A]

> [A]
> 3 点 A，B，P が一直線上にある
> $\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AB}$ を満たす実数 k が存在する